Тренерский штаб сборной России по астрономии и астрофизике
Методическая комиссия олимпиады школьников по астрономии имени В. Я. Струве

IV Олимпиада школьников по астрономии имени В. Я. Струве

Региональный этап

Задания, решения и критерии оценивания

Методическое пособие

Москва
2025

УДК 52(076.1)
ББК 22.6

IV Олимпиада школьников по астрономии имени В. Я. Струве. Региональный этап. Задания, решения и критерии оценивания : методическое пособие — М.: 2025. — 33 с.

Олимпиада школьников по астрономии имени В. Я. Струве проводится для учащихся 7–8-х классов как дополнение к Всероссийской олимпиаде школьников по астрономии, в последних этапах которой принимают участие 9–11-классники. Олимпиада проводится для популяризации астрономии и других естественных наук, а также для выявления на раннем этапе способных и талантливых учащихся и их привлечения к систематическим занятиям астрономией. Первая олимпиада им. Струве состоялась 26 января 2022 года. С 2023 года олимпиада проводится в два этапа: региональный и заключительный.

Комплект заданий подготовлен методической комиссией
олимпиады школьников по астрономии имени В. Я. Струве
struve.astroedu.ru • struve@astroedu.ru

Авторы-составители:
Веселова А. В., СПбГУ (Санкт-Петербург)
Волобуева М. И., ПФМЛ № 239 (Санкт-Петербург)
Утешев И. А., МФТИ, ЦПМ (Москва)
Эскин Б. Б., СПбГУ (Санкт-Петербург)

Рецензенты:
Булыгин И. И., МГУ им. М. В. Ломоносова, ЦПМ (Москва)
Желтоухов С. Г., МГУ им. М. В. Ломоносова (Москва)
Фадеев Е. Н., ФИАН РАН (Москва)

Тренерский штаб сборной России по астрономии и астрофизике выражает благодарность Министерству просвещения Российской Федерации и Московскому физико-техническому институту за поддержку инициативы по проведению олимпиады.

Содержание

Общие указания для жюри

Характеристика комплекта заданий

Комплект содержит по 6 задач для участников каждого класса. Задание № 6 идентично для обоих классов.

Решение задач №№ 1–4 оценивается из 15 баллов, решение задач №№ 5–6 — из 20 баллов. Максимальный результат — 100 баллов.

Принципы оценивания олимпиадных работ

1. Правильное решение оценивается полным баллом, при этом оно не обязано повторять авторское буквально или логически. Частично верное или совершенно неверное решение оценивается соответственно частичным баллом или нулём.

2. Решение участника разбивается на логические элементы (шаги). Каждый из шагов оценивается независимо в соответствии с критериями, приведёнными после авторского решения задачи. Оценка за задачу равна сумме оценок за каждый из критериев.

За каждый из критериев выставляется *целая неотрицательная* оценка. Если критерием предусмотрен штраф, он применяется к полной оценке за критерий. Штрафы в пределах одного критерия складываются*.

3. Каждый критерий оценивается независимо. За одну и ту же ошибку участник не может быть «наказан» дважды.

Так, если критерии подразумевают выполнение последовательности действий и участник допускает ошибку, оценка снижается только за соответствующий шаг, а последующие результаты должны пересчитываться и оцениваться так, будто промежуточный ответ был правильным.

Исключение: если участник получил и проигнорировал заведомо абсурдный ответ (конечный или промежуточный), оценка снижается за все связанные критерии вплоть до нуля.

4. Оригинальные решения, не совпадающие с авторскими, оцениваются по аналогии, если в них возможно выделить аналогичные шаги.

*Например, если критерий в 3 балла подразумевает вычисление некоторой величины (3 балла), и при этом участник допускает арифметическую ошибку (−1 балл), то итоговая оценка за этот критерий составляет 2 балла.

Решение участника может оказаться более эффективным, чем авторское. В таком случае «выпадающие» критерии оцениваются в полном объёме.

5. Если участник совершает ошибку, не предусмотренную в критериях, член жюри самостоятельно определяет величину штрафа.

Оценка *не снижается* за плохой почерк, помарки, недостатки оформления и прочие не относящиеся к сути решения участника элементы, но может быть снижена за запись численных ответов с заведомо абсурдной точностью.

6. Для выставления справедливой оценки необходимо учесть *всю проделанную участником работу*. Некоторые правильные идеи и догадки, имеющие отношение к корректному решению задачи, могут быть оценены суммарно в 1–2 балла даже при отсутствии конкретных продвижений.

7. Не оцениваются элементы, не имеющие отношения к решению конкретной задачи: отвлечённые факты и произвольные формулы. Однако если правильное решение содержит необязательные дополнения и комментарии с грубыми физическими и астрономическими ошибками, оценка может быть снижена.

8. В особенно сложных случаях члены жюри могут обратиться за консультацией в методическую комиссию олимпиады по адресу **struve@astroedu.ru.**

Организация работы жюри и подведение итогов

1. Жюри осуществляет деятельность в соответствии с пунктом 14 Положения об олимпиаде и пунктами 21–33 Регламента организации и проведения регионального этапа олимпиады. Эти документы опубликованы на сайте олимпиады struve.astroedu.ru.

2. Член жюри, ответственный за проверку какой-либо задачи, для обеспечения единообразия проверки должен проверить её решение *у всех* участников соответствующего класса.

3. Каждая задача проверяется независимо двумя членами жюри. В протокол жюри вносится *одна* согласованная оценка за задачу — целое число.

Проверявшие задачу члены жюри проводят совместное обсуждение работ, по оценке которых возникли разногласия. Если устранить разногласия не удалось, окончательное решение принимает председатель жюри или уполномоченный им член жюри. При расхождении оценок за задачу на 1 балл допустимо считать итоговой наибольшую из них без дополнительного обсуждения.

4. Результат участника получается путём сложения итоговых оценок за все задачи. ***Максимально возможный итоговый результат составляет 100 баллов.***

5. До подведения итогов олимпиады жюри обязано провести показ работ (по запросам участников) и рассмотреть апелляции о несогласии с выставленными баллами.

6. Рассмотрение апелляции проводится в спокойной и доброжелательной обстановке. *Каждый может ошибаться.*

7. Жюри определяет победителей и призёров олимпиады в пределах квоты, установленной организатором олимпиады в субъекте Российской Федерации, исходя из распределения результатов участников каждого класса в отдельности.

Рекомендуется избегать ситуаций, когда граница между участниками с разным статусом проводится при небольшой разнице результатов.

При определении победителей и призёров крайне рекомендуется исходить исключительно из относительного распределения результатов участников, без оглядки на потенциально возможный максимальный результат. В частности, Положением об олимпиаде *не предусмотрены ограничения* для признания победителем или призёром олимпиады участника, набравшего менее 50 % от максимума.

7 класс

7.1 Наступит утро ясное

На Северном полюсе после долгой полярной ночи показался первый луч Солнца. Оцените, как изменился азимут Солнца, прежде чем его диск полностью оторвался от горизонта. Восход Солнца начался 18 марта в 09:34 и закончился 19 марта в 18:10 по московскому времени.

Возможное решение:

Для наблюдателя на Северном полюсе Земли Северный полюс мира находится в зените, а суточное движение звёзд происходит параллельно горизонту (рис. 1) слева направо. Солнце также движется практически параллельно горизонту: на географическом полюсе его восход связан не с суточным движением, а с перемещением по эклиптике вследствие орбитального движения Земли.

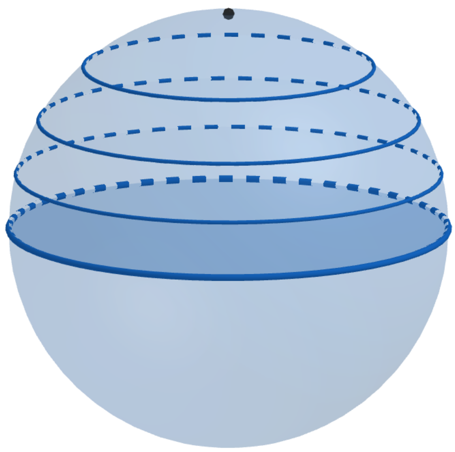

Рис. 1: Суточные параллели светил на географическом полюсе

Вычислим продолжительность восхода Солнца:

$$(24\text{ ч} - 9\text{ ч } 34\text{ мин}) + 18\text{ ч } 10\text{ мин} =$$
$$= 32\text{ ч } 36\text{ мин} = 32.6\text{ ч}.$$

Азимут Солнца, отсчитываемый вдоль горизонта по часовой стрелке, равномерно увеличивается со временем, за сутки изменяясь на 360°. Составим пропорцию и вычислим искомый путь Солнца за время восхода:

$$\frac{\Delta A}{360^\circ} = \frac{32.6\text{ ч}}{24\text{ ч}} \quad\Longrightarrow\quad \Delta A = 360^\circ \times \frac{32.6\text{ ч}}{24\text{ ч}} = 32.6\text{ ч} \times 15^\circ/\text{ч} = 489^\circ.$$

Изменение азимута на 360° означает возвращение к той же точке горизонта. Следовательно, азимут Солнца **увеличился на** 489° − 360° = **129°.**

Критерии оценивания:

1	Вычисление продолжительности восхода *Арифметическая ошибка*	5 *−2*
2	Движение происходит (практически) параллельно горизонту	4
3	Указание на увеличение азимута в ходе суточного движения	2
4	Вычисление пути Солнца за всё время восхода (погрешность $\pm 2^\circ$) *Арифметическая ошибка*	2 *−1*
5	Вычитание оборота, итоговый ответ (погрешность $\pm 2^\circ$) *Арифметическая ошибка*	2 *−1*
	Всего	**15**

7.2 Однажды в декабре

Определите, в какой день и в каком созвездии в декабре 2024 года можно было наблюдать Луну рядом с Юпитером. Известно, что в 2024 году на декабрь пришлось два новолуния, а 7 декабря Юпитер оказался в противостоянии с Солнцем.

Возможное решение:
Период смены фаз Луны (синодический месяц) составляет 29.5 суток, а в декабре 31 день. По условию задачи на декабрь пришлось два новолуния. Это значит, что первое новолуние произошло не позже полудня 2 декабря, а второе — не раньше полудня 30 декабря. Для удобства можем пренебречь половиной суток и считать, что новолуния пришлись на 1 и 31 декабря (что, кстати, полностью соответствует действительности).

И полнолуние, и противостояние Юпитера происходят вблизи точки, противоположной Солнцу. Юпитер перемещается относительно звёзд довольно медленно (на 1 оборот требуется почти 12 лет), поэтому его смещением по небу в течение месяца можно пренебречь. Тогда в первом приближении можно сказать, что Луна оказалась рядом с Юпитером в полнолуние (рис. 2), которое наступило между двумя новолуниями, в середине месяца — наиболее вероятно, 15 декабря.

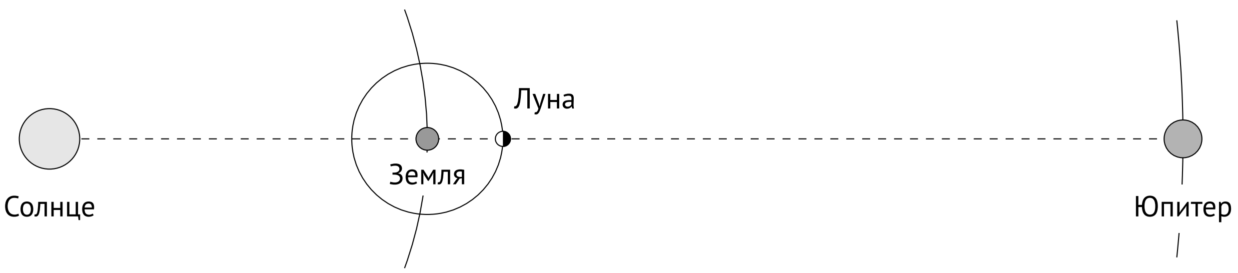

Рис. 2: Относительное расположение Солнца, Земли, Луны и Юпитера в полнолуние вблизи противостояния Юпитера. Размеры тел и орбит не в масштабе

Однако этот ответ можно уточнить. В отличие от Юпитера, «противосолнечная точка», в которой наступает полнолуние, движется относительно звёзд существенно быстрее — со скоростью, равной угловой скорости перемещения Земли по орбите, а Солнца по эклиптике, то есть $360^\circ/\text{год} \approx 1^\circ/\text{сут}$.

Противосолнечная точка находилась рядом с Юпитером 7 декабря, когда тот был в противостоянии. За промежуток времени между противостоянием и полнолунием, который составляет чуть больше недели, противосолнечная точка сдвинется на $7^\circ \div 8^\circ$ на восток, в сторону годового движения Солнца по эклиптике (см. рис. 3).

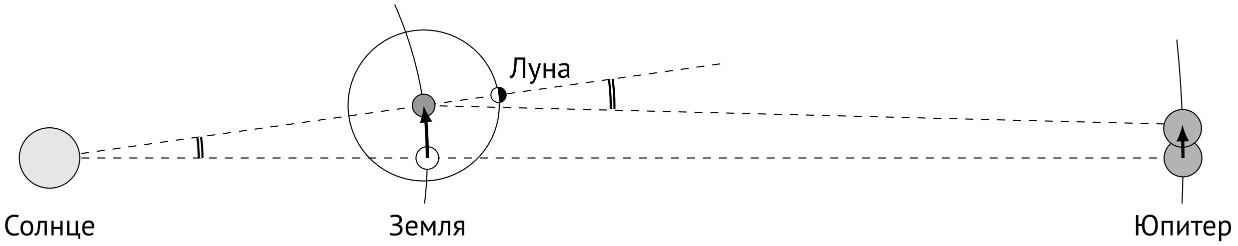

Рис. 3: Относительное расположение Солнца, Земли, Луны и Юпитера в полнолуние вблизи противостояния Юпитера (уточнённое). Размеры тел и орбит не в масштабе, направления Земля–Юпитер практически параллельны

Луна относительно звёзд движется в ту же сторону (с запада на восток) с периодом 27.3 суток (сидерический месяц), поэтому сближение Луны и Юпитера произойдёт немного раньше, чем Луна «догонит» противосолнечную точку и наступит полнолуние. На преодоление этого углового расстояния Луне потребуется примерно $8°/360° \times 27.3$ сут. ≈ 0.6 сут. Эта поправка сопоставима с погрешностью определения моментов новолуний. Сделаем вывод, что сближение Луны и Юпитера будет наблюдаться **в ночь с 14 на 15 декабря,** что в точности соответствует данным астрономического календаря.

Осталось определить созвездие. Сближение Луны и Юпитера происходит в области неба, противоположной Солнцу. Таким образом, само Солнце окажется в этой области спустя ровно половину года, то есть в первой половине июня. В июне Солнце находится в созвездиях Тельца и Близнецов, переходя из первого созвездия во второе практически сразу после момента летнего солнцестояния. Летнее солнцестояние наступает 20–21 июня, соответственно, до этой даты Солнце находится в созвездии Тельца. Следовательно, в декабре 2024 года Юпитер и Луна соединились **в Тельце.**

Критерии оценивания:

1	Определение дат новолуний с точностью 1.5 сут.		3
	Использование сидерического месяца вместо синодического	−2	
2	Указание на то, что Юпитер практически неподвижен (или корректный учёт его движения)		2
3	Противостояние рядом с полнолунием		3
4	Вычисление даты (засчитывается ответ в пределах 14–16 декабря)		3
5	Уточнение даты: перемещение противосолнечной точки учтено ***либо*** показано, что им можно пренебречь		2
6	Верное указание созвездия (Телец)		2
	Близнецы	1	
	Всего		**15**

7.3 На всех парусах

Для целей межпланетной навигации космический аппарат предлагается оснастить квадратным солнечным парусом из алюминия с длиной стороны 3000 сантиметров и толщиной 6 микрон. Определите массу такого паруса, если плотность алюминия составляет 2700 кг/м^3.

Подсказка: 1 микрон равен миллионной доле метра.

Возможное решение:

Для удобства вычислений переведём размеры паруса в метры:

$$a = 3000 \text{ см} = 30 \text{ м}, \qquad h = 6 \text{ мкм} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Определим объём паруса как объём параллелепипеда, домножив площадь квадратной грани на толщину паруса:

$$V = Sh = a^2 h = (30 \text{ м})^2 \times 6 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 0.0054 \text{ м}^3.$$

Далее вычислим массу паруса, умножив объём на плотность алюминия:

$$M = \rho V = 2700 \text{ кг/м}^3 \times 0.0054 \text{ м}^3 = 14.58 \text{ кг} \approx \mathbf{15\ кг.}$$

Критерии оценивания:

1	Запись формулы для объёма паруса как произведения площади квадрата на толщину ***либо*** запись перемножения соответствующих численных величин	5
	*Вместо формулы для объёма используется только формула площади грани **либо** площади бокового сечения ($a \cdot h$)*	1
2	Вычисление объёма паруса с указанием единиц измерения ***либо*** подстановка формулы в итоговое выражение для массы	5
	*Вместо объёма вычислена только площадь грани **либо** бокового сечения*	2
	Арифметическая ошибка	*−1*
	Единицы измерения длин при вычислениях не приведены к единой	*−3*
3	Запись верной формулы связи массы, плотности и объёма	3
4	Вычисление массы паруса	2
	Арифметическая ошибка	*−1*
	Отсутствие единиц измерения в ответе	*−1*
	Всего	**15**

7.4 Тайны египетских пирамид

На одной картинке из интернета было указано:

> Скорость света: 299 792 458 м/с.
> Координаты Великой пирамиды Гизы: 29.9792458° с. ш.

И ведь действительно, указанная параллель проходит через пирамиду Хеопса! Вычислите, насколько различаются широты северного и южного краёв пирамиды. Основание пирамиды представляет собой квадрат со сторонами длиной 230 метров, ориентированными по сторонам света.
Выразите ответ в градусах.

Возможное решение:
Длина окружности Земли составляет $l = 2\pi R_{\oplus} = 2 \times 3.14 \times 6371$ км $\approx 40 \cdot 10^3$ км.

Тогда дуге в 1° соответствует расстояние $40 \cdot 10^3$ км $\times \dfrac{1^\circ}{360^\circ} \approx 111$ км.

Протяжённость пирамиды Хеопса с севера на юг равна 230 м $=$ 0.23 км, что соответствует

$$1^\circ \times \frac{0.23\ \text{км}}{111\ \text{км}} \approx \mathbf{0.002^\circ.}$$

Выходит, «шокирующее совпадение» значений на самом деле искусственно: речь идёт о совпадении всего лишь 3–4 цифр. Указывать координаты пирамиды с большей точностью просто не имеет смысла.

Критерии оценивания:

1	Длина окружности Земли (вычисление или использование известного значения)	5
	Арифметическая ошибка	*−2*
2	Выражение 1° в единицах длины (вычисление или использование известного значения). *Если участник приводит верное значение 1° в единицах длины как известный факт, за критерий 1 также полный балл*	5
	Арифметическая ошибка	*−2*
3	Вычисление разности широт сторон пирамиды	5
	Арифметическая ошибка	*−2*
	Всего	**15**

7.5 В кругу друзей

В таблице приведены экваториальные координаты звёзд некоторого скопления, находящегося на расстоянии 43 пк от Солнца.

α, °	11.1	10.4	11.6	9.4	12.4	11.2	10.2	12.3	9.0	11.0
δ, °	1.7	1.4	1.5	1.0	1.1	0.8	0.6	0.4	0.1	−0.1
α, °	12.9	9.9	12.1	9.1	10.9	12.8	9.5	12.4	10.5	11.6
δ, °	0.0	−0.5	−0.6	−1.0	−0.9	−0.9	−1.5	−1.6	−1.9	−2.1

а) Отметьте положения всех звёзд скопления:

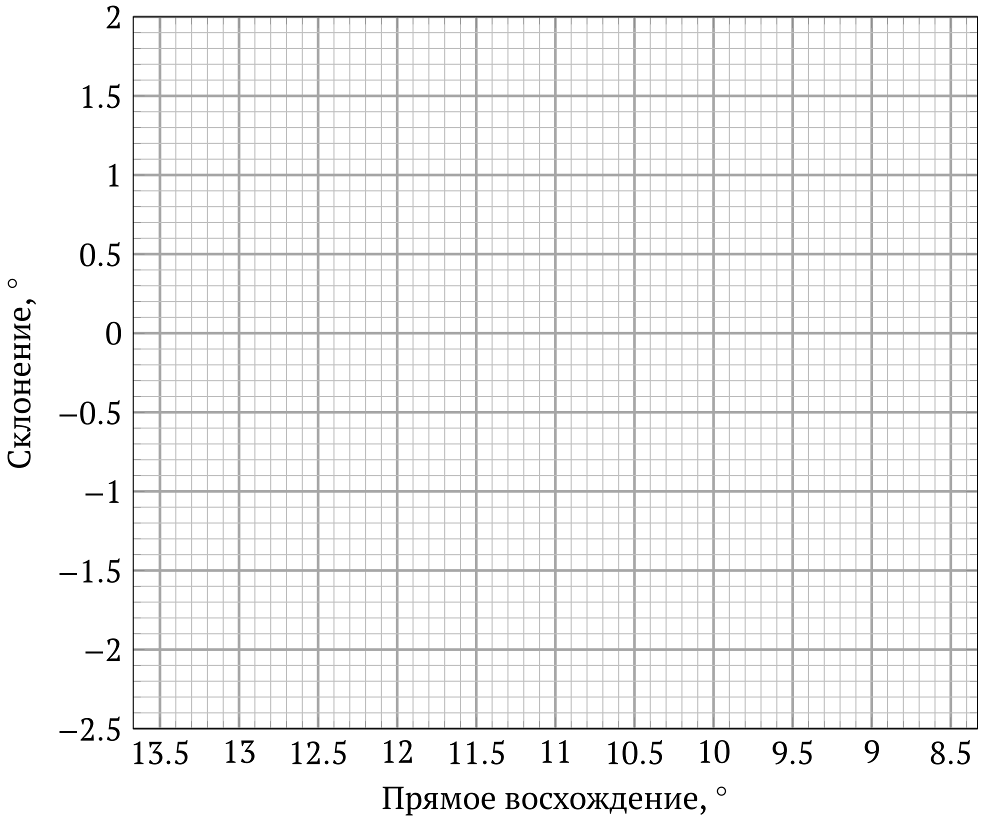

Рис. 4: Заготовка для построения диаграммы

б) Оцените угловой и пространственный диаметры скопления.

Возможное решение. Соответствие экваториальных координат (прямого восхождения и склонения) и их обозначений (α и δ соответственно) нетрудно установить, обратив внимание на разметку осей заготовки. Ось прямых восхождений направлена влево, а склонений — вверх: так увидел бы скопление житель Северного полушария Земли. На численные оценки параметров направление оси, разумеется, не влияет.

Отметим звёзды на диаграмме (рис. 5).

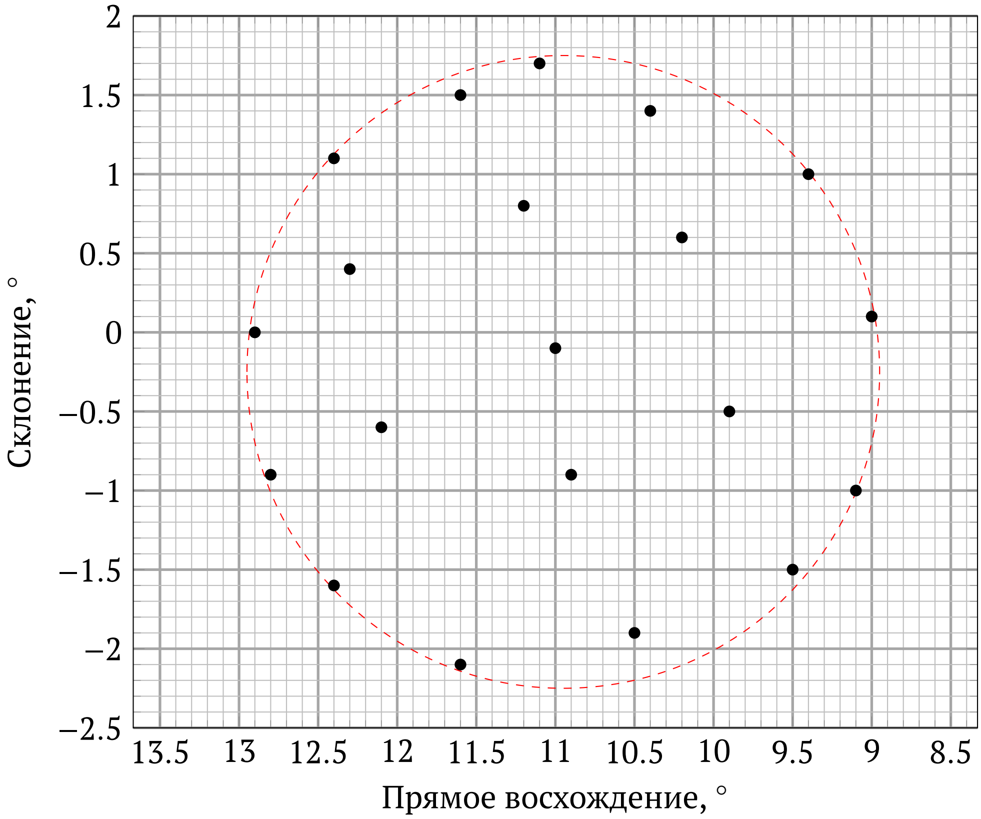

Рис. 5: Расположение звёзд скопления. Радиус пунктирной окружности = 2.0°

Заметим, что скопление выглядит округлым, поэтому для оценки углового размера скопления можно просто измерить его диаметр на рисунке линейкой. Пусть 1° на изображении соответствует отрезку длиной x см, а диаметр скопления равен y см. Тогда, подставляя конкретные значения x и y, полученные в результате измерений, определим угловой размер (диаметр) скопления:

$$\rho = 1.0^\circ \times \frac{y}{x} \approx \mathbf{4.0^\circ}.$$

Угловой размер — это угол ρ, под которым объект с линейным размером D видит наблюдатель, удалённый на расстояние r (рис. 6). В случае малого углового размера (центрального угла) дуга окружности радиусом r при малом центральном угле ρ неотличима от стягивающей её хорды. Длина дуги окружности прямо пропорциональна соответствующему ей центральному углу, а полному углу в 360° соответствует длина всей окружности $2\pi r$.

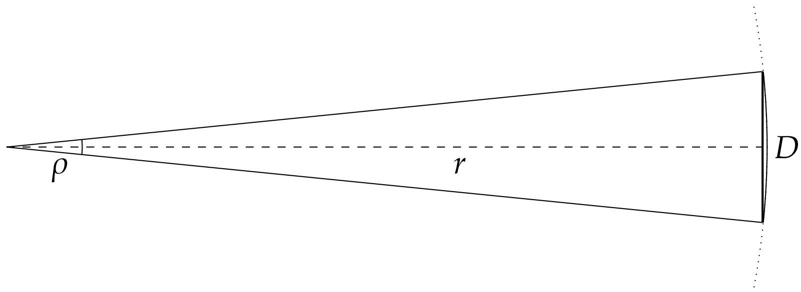

Рис. 6: К определению углового размера

В таком случае для длины хорды справедливо выражение

$$D \approx 2\pi r \cdot \frac{\rho}{360^\circ},$$

так что диаметр скопления

$$D = 2\pi r \cdot \frac{\rho}{360^\circ} = 2 \times 3.14 \times 43 \text{ пк} \times \frac{4^\circ}{360^\circ} = \mathbf{3.0\ пк.}$$

Аналогичный ответ можно получить, составив пропорцию. Например, известно, что угловой размер Солнца при наблюдении с Земли составляет около $\rho_\odot \approx 0.5^\circ$. Подставляя линейный размер Солнца $D_\odot = 2R_\odot$, расстояние от Земли до Солнца $r_\odot = 1$ а. е. и принимая во внимание, что 1 пк = 206 265 а. е., получаем:

$$\frac{\rho}{\rho_\odot} = \frac{D}{r} \cdot \frac{r_\odot}{D_\odot} \quad \Longrightarrow$$

$$D = D_\odot \cdot \frac{\rho}{\rho_\odot} \cdot \frac{r}{r_\odot} = 1.4 \cdot 10^6 \text{ км} \times \frac{4.0^\circ}{0.5^\circ} \times \frac{43 \times 206\,265 \text{ а. е.}}{1 \text{ а. е.}} \approx 1 \cdot 10^{14} \text{ км } \approx 3 \text{ пк.}$$

Отметим, что речь не идёт о шаровом скоплении в строгом понимании этого термина: настоящие шаровые скопления расположены в тысячах парсек от Солнечной системы и состоят из гораздо большего количества звёзд: от десятков тысяч до миллиона звёзд.

Критерии оценивания:

а	Все точки нанесены на график корректно	8
	Неверно отмечена одна точка	7
	Неверно отмечены 2–3 точки	5
	Неверно отмечены 4–5 точек	3
	Неверно отмечены 6–7 точек	1
	Неверно отмечены 7 и более точек	0
	Наличие более одного исправления на рисунке	*−1*
б1	Понимание углового диаметра как расстояния между наиболее удаленными точками на графике	1
	Перепутаны понятия радиуса и диаметра ⇒ следующие пункты оцениваются в полной мере, как если бы ошибки допущено не было	*−1*
б2	Масштаб графика при измерении углового диаметра (хотя бы неявно)	2
б3	Оценка углового диаметра скопления (в любых угловых единицах), допустима погрешность $\pm 0.8^\circ$	2
б4	Указание правильной связи между расстоянием, пространственным и угловым диаметрами скопления (приближённой или точной)	3
б5	Вычисление пространственного диаметра в парсеках или иных единицах длины; допустима погрешность ± 0.6 пк	4
	Арифметическая ошибка	*−1*
	Отсутствие единиц измерения в ответе	*−1*
	Всего	**20**

7.6 Щели Кирквуда

В Главном поясе астероидов существуют так называемые «щели Кирквуда» — области, где астероидов практически нет. Их появление связано с воздействием гравитации Юпитера: если периоды обращения Юпитера и астероида вокруг Солнца соотносятся как небольшие целые числа (например, $5 : 2$, $7 : 3$, $2 : 1$), такая орбита нестабильна.

Определите аналогичное соотношение периодов для одной из самых заметных «щелей», обозначенной буквой A на рисунке 7.

Подсказка. Известно, что период обращения тела вокруг Солнца T связан с радиусом орбиты r соотношением

$$T^2 = kr^3,$$

где k — некоторая константа.

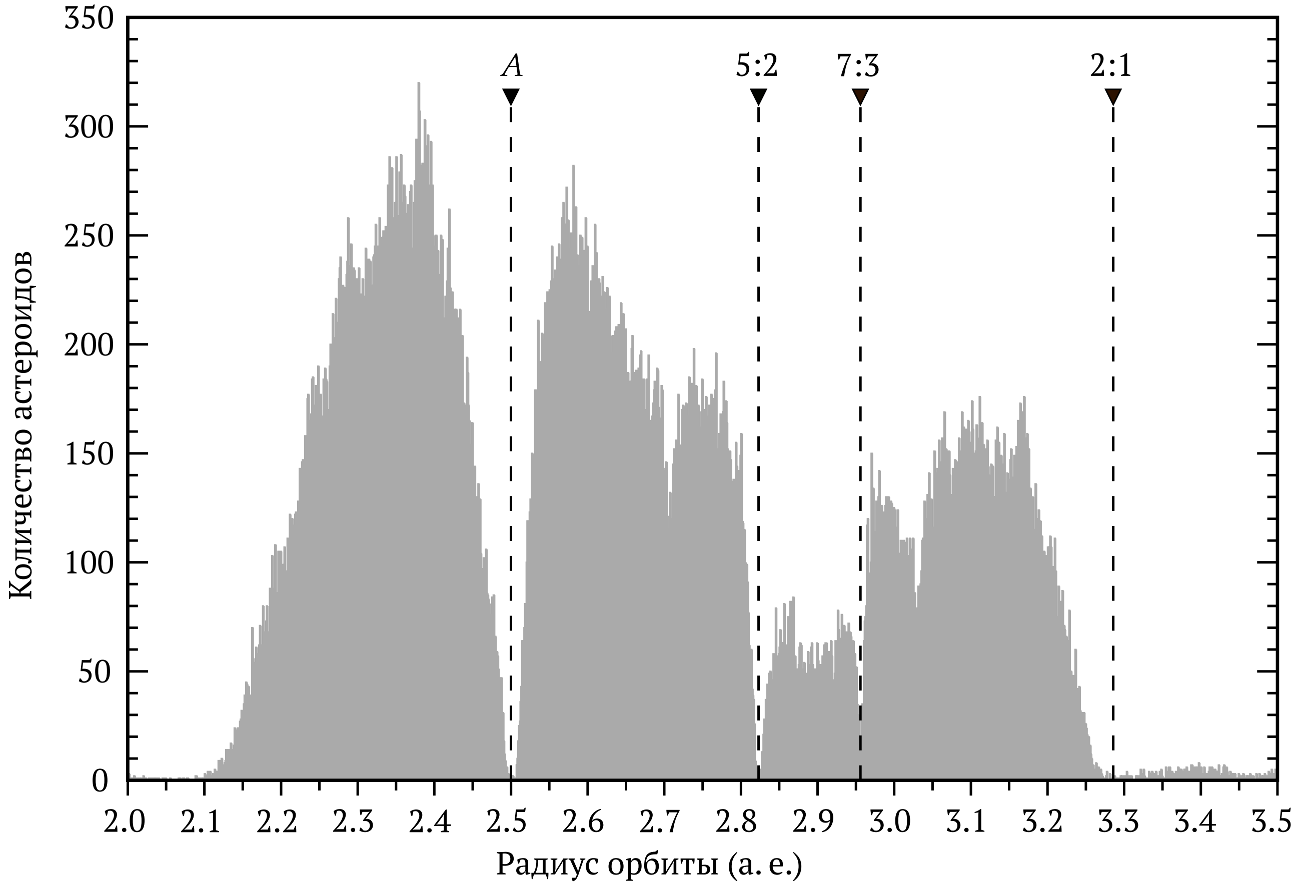

Рис. 7: Распределение астероидов Главного пояса

Возможное решение. Из рис. 7 видно, что характерный радиус орбит астероидов из «щели» A составляет $r_A = 2.5$ а. е.

Выразим отношения орбитальных периодов Юпитера и астероидов через радиусы их орбит, используя соотношение из подсказки к условию (третий закон Кеплера):

$$\frac{T_{♃}^2}{T_A^2} = \frac{kr_{♃}^3}{kr_A^3} = \frac{r_{♃}^3}{r_A^3} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{T_{♃}}{T_A} = \sqrt{\frac{r_{♃}^3}{r_A^3}} = \sqrt{\frac{5.2^3}{2.5^3}} = 3.00.$$

Искомое соотношение равно **3 : 1**. Период обращения Юпитера больше, так как он находится дальше от Солнца.

Альтернативное решение. Нетрудно найти значение коэффициента k для Солнечной системы. Действительно, раз выражение $T^2 = kr^3$ справедливо для любого тела, обращающегося вокруг Солнца, то оно справедливо и для Земли:

$$(1 \text{ год})^2 = k \cdot (1 \text{ а. е.})^3,$$

так что $k = 1$ год^2/а. е.^{3}, а третий закон Кеплера возможно переписать в виде

$$T^2_{[\text{год}]} = r^3_{[\text{а. е.}]}.$$

Тогда период обращения астероидов из «щели» A

$$T_A = \sqrt{kr_A^3} = \sqrt{2.5^3}\,[\text{год}] = 3.95 \text{ год} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{T_{♃}}{T_A} = \frac{11.86 \text{ год}}{3.95 \text{ год}} = 3.00 = 3 : 1.$$

Ещё одно решение. Возможно решить задачу не используя справочные данные о Юпитере. В самом деле, достаточно заметить, что диаграмма содержит сведения о радиусах орбит астероидов в а. е., а также о периодах их обращения вокруг Солнца в относительных единицах (периодах обращения Юпитера вокруг Солнца $T_{♃}$). Поставленная задача сводится к нахождению периода обращения астероидов с радиусом орбиты r_A в тех же относительных единицах.

Например, для щели на $r_B = 2.82$ а. е. имеем $T_B = \frac{2}{5}T_{♃}$. С учётом третьего закона Кеплера имеем

$$T_A = \sqrt{\frac{r_A^3}{r_B^3}}\,T_B = \sqrt{\frac{2.50^3}{2.82^3}} \times \frac{2}{5}T_{♃} \approx 0.333\,T_{♃},$$

то есть $T_{♃} : T_A \approx 3 : 1$.

Критерии оценивания:

1	Определение радиуса орбиты, соответствующего щели A, с погрешностью не более ± 0.01 а. е.	6
2	Выражение для отношения периодов или определение коэффициента k	7
3	Вычисление ответа и запись в требуемом виде $(3:1)$	$4+3$
	Арифметическая ошибка	*−3*
	Ответ вида $1:3$ *(инвертированный порядок) без указания, что период Юпитера больше, чем у астероидов Главного пояса*	*−3*
	Запись ответа в виде обыкновенной дроби с большими числителем и знаменателем (например, $900:299$*), поскольку периоды должны соотноситься как «небольшие целые числа»*	*−2*
	Всего	**20**

8 класс

8.1 Зенитный спутник

Искусственный спутник движется вокруг Земли по круговой орбите, совершая один оборот за 101 минуту. Самый северный город, над которым он пролетает — это Краснодар (45° с. ш.). Какова доля поверхности Земли, где этот спутник можно наблюдать в зените?

Подсказка: площадь сегмента сферы высотой h

$$S = 2\pi R h,$$

где R — радиус сферы.

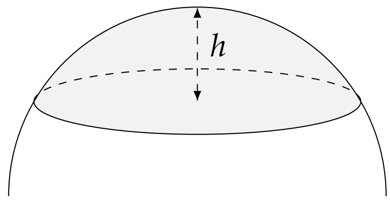

Рис. 8: Сферический сегмент

Возможное решение:

Плоскость орбиты спутника проходит через центр Земли. Это значит, что самая южная точка, над которой пролетает спутник, расположена диаметрально противоположно Краснодару, то есть на 45° ю. ш., и в целом $\varphi = 45°$ есть не что иное, как наклон плоскости орбиты спутника к плоскости экватора Земли. Период обращения спутника не кратен периоду обращения Земли вокруг своей оси (звёздные сутки $=$ 23 ч 56 мин 04 с), поэтому рано или поздно он пролетит над всеми точками поверхности Земли, заключёнными между параллелями 45° с. ш. и 45° ю. ш.

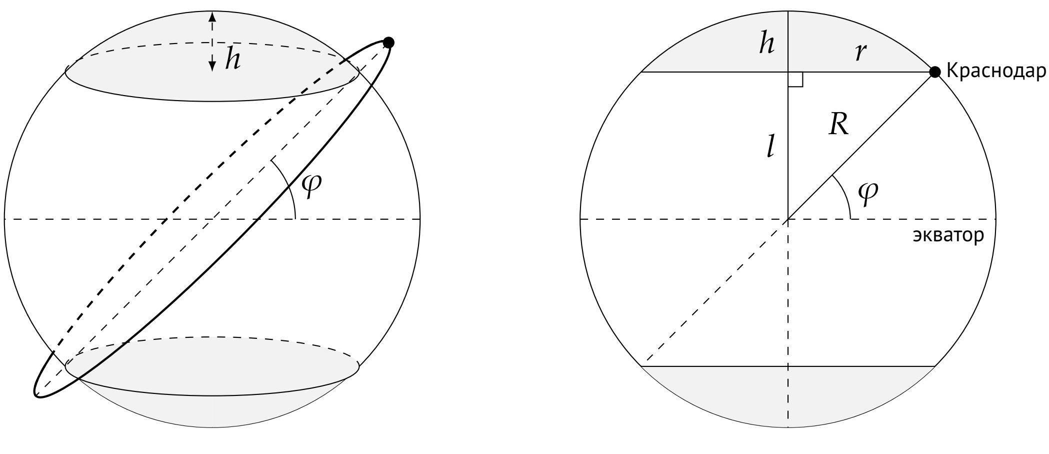

Рис. 9: К описанию геометрии задачи. Области, в которых спутник может (белый) и не может (серый) наблюдаться в зените

Оставшаяся часть поверхности Земли, где спутник не может оказаться в зените, соответствует приполярным областям и представляет собой два равных сферических сегмента (рис. 9, слева). Найдём высоты h этих сегментов.

Для удобства изобразим Землю «в разрезе». Обозначим экватор, ось вращения Земли и плоскость малого круга, соответствующего географической параллели 45°, а также проведём радиус R из центра Земли в Краснодар (рис. 9, справа). В получившемся прямоугольном треугольнике оба острых угла равны 45°, поэтому он является равнобедренным: $l = r$. По теореме Пифагора

$$r^2 + l^2 = R^2 \quad \Longrightarrow \quad 2l^2 = R^2 \quad \Longrightarrow \quad l = \frac{R}{\sqrt{2}}.$$

Полная площадь поверхности Земли $S_0 = 4\pi R^2$. Этот результат нетрудно получить, подставив в формулу для площади сферического сегмента диаметр сферы: $h = 2R$. Из рисунка следует, что высота сферического сегмента $h = R - l$, тогда суммарная площадь двух приполярных сегментов равна

$$S_p = 2 \cdot 2\pi R h = 4\pi R(R - l).$$

Тогда площадь поверхности Земли, где спутник наблюдается в зените, равна $S_0 - S_p$, а искомая доля площади есть

$$\eta = \frac{S_0 - S_p}{S_0} = 1 - \frac{4\pi R(R - l)}{4\pi R^2} = \frac{l}{R} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx \mathbf{0.7.}$$

Отметим, что ответ не зависит от радиуса Земли.

Критерии оценивания:

1	Определение диапазона подходящих широт	2
2	Поясняющий рисунок	2
3	Выражение ширины экваториального пояса (l или аналог) через радиус Земли	3
4	Площадь околополярных сегментов (численно или в виде формулы)	3
5	Площадь сферы (вычисление или использование готовой величины $4\pi R^2$)	2
6	Ответ	3
	Арифметическая ошибка	*−2*
	Всего	**15**

8.2 Под покровом Луны

В начале января 2025 года произошла серия покрытий Луной планет Солнечной системы. Так, 4 января около 21 часа по московскому времени в Санкт-Петербурге наблюдалось покрытие Сатурна, а 5 января в 18 часов — покрытие Нептуна. Оцените угловое и пространственное расстояние между этими планетами в эти дни.

Возможное решение:
Планеты перемещаются относительно звёзд достаточно медленно. Можно пренебречь их движением в течение суток.

Вычислим промежуток времени, прошедший между покрытиями планет Луной:

$$(24\ \text{ч} - 21\ \text{ч}) + 18\ \text{ч} = 21\ \text{ч} = 0.875\ \text{сут.}$$

Луна совершает один оборот по небесной сфере относительно звёзд за сидерический месяц, равный 27.3 сут. За 21 час Луна проходит угловое расстояние

$$\rho = 360^\circ \times \frac{0.875\ \text{сут.}}{27.3\ \text{сут.}} \approx \mathbf{11.5^\circ.}$$

Это и есть оценка углового расстояния между Сатурном и Нептуном.

В реальности угловое расстояние между планетами было примерно на 1° больше. Дело в том, что орбита Луны не является строго круговой, а потому орбитальная скорость спутника не постоянна: когда Луна находится ближе к Земле, её скорость больше, и перемещение относительно звёзд также происходит быстрее. Именно такая ситуация и имела место в начале января: Луна прошла ближайшую к Земле точку своей орбиты (перигей) 7 января.

Осталось оценить пространственное расстояние между планетами. Заметим, что вычисления с большой точностью произвести в любом случае невозможно: нет достаточных данных о расположении планет на земном небе относительно Солнца, то есть мы не знаем, в каких конфигурациях относительно Земли они находятся. Сам факт наблюдения планет в тёмное время суток ещё не говорит о том, что планеты близки к противостоянию. Например, Сатурн в действительности находился всего в 60° (!) от Солнца, а его покрытие наблюдалось низко над западным горизонтом. Значит, расстояния от планет до Земли известны с точностью не лучше 1 а. е., что, впрочем, значительно меньше радиусов орбит Сатурна и (тем более) Нептуна.

Учитывая, что угловое расстояние между планетами невелико, можем им пренебречь и считать, что планеты находятся примерно на одной прямой по одну сторону от Солнца, а расстояние между ними примерно равно разности радиусов их орбит, то есть 30 а. е. – 9.5 а. е. ≈ **20 а. е.**

Более строгое формально решение треугольника (например, с помощью теоремы косинусов) не является ошибкой, но фактически не имеет смысла, поскольку не улучшает точность ответа.

Критерии оценивания:

1	Вычисление времени между покрытиями		3
	Арифметическая ошибка	*−1*	
2	Вычисление угловой скорости Луны		3
	Использование синодического месяца вместо сидерического	*−2*	
	Арифметическая ошибка	*−1*	
3	Значение углового расстояния		3
	Арифметическая ошибка	*−1*	
4	Вычисление пространственного расстояния: решение треугольника или обоснованное вычисление разности радиусов		3
	Указание разности радиусов без обоснования	*−1*	
5	Ответ с погрешностью не более 2 а. е.		3
	Всего		**15**

8.3 Расширение сфер

Старая звезда в некоторый момент $t_0 = 0$ сбросила сферически симметричную оболочку. Спустя малое время t_1 внешний радиус оболочки был равен 0.10 а. е., а внутренний — 0.09 а. е. По мере расширения оболочки, в момент времени t_2 её внешний радиус увеличился до 0.43 а. е., а внутренний — до 0.40 а. е..

а) Во сколько раз уменьшилась средняя плотность вещества оболочки от момента t_1 до момента t_2?

б) Какова была средняя плотность оболочки в момент времени t_2, если сброшенная масса составляла 0.05 массы Солнца? Выразите ответ в кг/м^3.

Возможное решение:

Поскольку оболочка симметрична, её внутренняя и внешняя поверхности сохраняют сферическую форму. Масса, заключённая внутри оболочки, постоянна. Следовательно, снижение плотности связано только с изменением объёма оболочки.

Объём оболочки можно вычислить либо как разность объёмов шаров с радиусами, равными радиусам внутренней и внешней поверхности оболочки, либо как объём слоя малой толщины: можно заметить, что расстояние между поверхностями оболочки

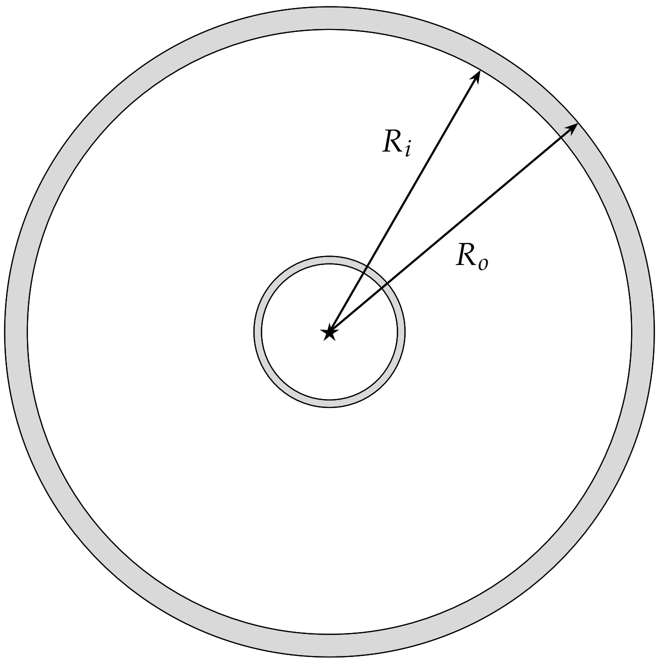

Рис. 10: Расширяющаяся оболочка звезды в моменты времени t_1 и t_2, соотношение размеров сохранено. На примере момента t_2 отмечены внутренний (R_i) и внешний (R_o) радиусы оболочки

$R_o - R_i$ мало́ по сравнению с их радиусами. Если обозначить внутренний радиус как R_i, а внешний — как R_o (рис. 10), выразить объём оболочки возможно в виде

$$V = \frac{4}{3}\pi R_o^3 - \frac{4}{3}\pi R_i^3 = \frac{4}{3}\pi\left(R_o^3 - R_i^3\right) \quad \text{или} \quad V \approx 4\pi R^2 h = 4\pi R^2 (R_o - R_i),$$

где $R \in [R_i; R_o]$ — радиус оболочки. Убедиться в справедливости второй формулы нетрудно: распишем разность кубов по формуле сокращённого умножения и воспользуемся малым различием между R_o и R_i по сравнению с самими величинами радиусов, заменив во второй скобке радиусы их средним значением:

$$R_o^3 - R_i^3 = (R_o - R_i)\cdot(R_o^2 + R_o R_i + R_i^2) \approx (R_o - R_i)\cdot(R^2 + R^2 + R^2) = 3R^2(R_o - R_i).$$

Домножив полученное выражение на $\frac{4}{3}\pi$ и заменив разность радиусов на h, получим приближенное выражение для объёма $V = 4\pi R^2 h$.

Объём оболочки в момент t_1:

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi\left(0.10^3 - 0.09^3\right) \approx 1.14\cdot 10^{-3}\ (\text{а. е.}^3);$$

объём оболочки в момент t_2:

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi\left(0.43^3 - 0.40^3\right) = 6.50\cdot 10^{-2}\ (\text{а. е.}^3).$$

а) Масса оболочки $\mathfrak{M}$ сохраняется, что позволяет найти, во сколько раз уменьшилась плотность:

$$\mathfrak{M} = \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{V_2}{V_1} \approx \mathbf{57.}$$

б) Объём оболочки в момент t_2 вычислен, её полная масса известна, следовательно, возможно рассчитать плотность. При этом требуется перевести объём в кубические метры, а массу — в килограммы.

$$\mathfrak{M} = 0.05\,\mathfrak{M}_\odot = 0.05 \times 2.0\cdot 10^{30}\ \text{кг} = 1.0\cdot 10^{29}\ \text{кг}.$$

Для перевода объёма в кубические метры выразим 1 а. е.^{3} в кубических метрах:

$$1\ \text{а. е.}^3 = \left(1.496\cdot 10^{11}\ \text{м}\right)^3 = 3.35\cdot 10^{33}\ \text{м}^3,$$

тогда объём оболочки после расширения составляет

$$V_2 = 6.50 \cdot 10^{-2}\ \text{а.е.}^3 \times 3.35 \cdot 10^{33}\ (\text{м/а. е.})^3 = 2.2 \cdot 10^{32}\ \text{м}^3.$$

Окончательно

$$\rho_2 = \frac{\mathfrak{M}}{V_2} = \frac{1.0 \cdot 10^{29}\ \text{кг}}{2.2 \cdot 10^{32}\ \text{м}^3} = \mathbf{4.5 \cdot 10^{-4}\ кг/м^3.}$$

По космическим меркам, для околозвёздной среды это довольно большая плотность.

Критерии оценивания:

а1	Утверждение об обратной пропорциональности плотности и объёма: указание формулы или краткое рассуждение	1
а2	Запись выражения для объёма оболочки как разности объёмов двух шаров или как объёма шарового слоя малой толщины	4
	Неверный коэффициент, если приводится равенство	*−1*
	Неверный показатель степени радиуса	*−2*
а3	Вычисление объёмов оболочек (в любых физически верных единицах) ***исходя из полученного участником выражения для объёма оболочки***	1×2
	Арифметическая ошибка	*−1*
а4	Вычисление отношения плотностей с учётом полученных выше оценок объёмов оболочек	2
	Арифметическая ошибка	*−1*
	Плотность увеличилась, а не уменьшилась	*−2*
б1	Верный перевод массы оболочки в килограммы (отдельное действие или подстановка чисел в итоговую формулу)	1
б2	Вычисление объёма оболочки в кубических метрах (действие могло быть выполнено в первом пункте задачи)	3
	Арифметическая ошибка	*−1*
б3	Вычисление плотности оболочки ***исходя из полученных участником значений***, допустима погрешность 25 %	2
	Арифметическая ошибка	*−1*
	Отсутствие единиц измерения в ответе	*−1*
	Всего	**15**

8.4 Знак отличия

В советские времена лётчикам, налетавшим 1 миллион километров, выдавали специальный значок. А кто быстрее «накрутит» это расстояние: космонавты на Международной космической станции или космонавты на Луне? Вычислите время, которое понадобится каждой группе космонавтов, чтобы заслужить эту награду. Известно, что МКС летает на высоте 420 км над поверхностью Земли и совершает 1 оборот за 90 минут.

Возможное решение:
Известно, что чем планета ближе к Солнцу, тем быстрее она движется; это справедливо во всех подобных случаях, связанных с движением вокруг одной и той же гравитирующей массы. Поэтому на вопрос «Кто быстрее?» можно ответить сразу: конечно, космонавты на МКС, так как станция находится ближе к Земле, чем Луна, а обращаются МКС и Луна вокруг Земли.

Вычислим скорости Луны и МКС, считая, что они движутся вокруг Земли равномерно по круговым орбитам. Длина орбиты связана с её радиусом соотношением $l = 2\pi r$, а скорость v определяется исходя из длины орбиты и периода обращения T:

$$v = \frac{l}{T} = \frac{2\pi r}{T}.$$

Радиус орбиты МКС $r_{\text{МКС}} = R_\oplus + h$, где $h = 420$ км — высота орбиты над поверхностью Земли; период обращения указан в условии. Радиус орбиты Луны $r_☾$ и период обращения вокруг Земли (сидерический месяц $T_☾ = 27.3$ сут.) приведены в справочных данных.

Итак,

$$v_☾ = \frac{2\pi r_☾}{T_☾} = \frac{2 \times 3.14 \times 0.0026 \text{ а. е.} \times 1.496 \cdot 10^8 \text{ км/а. е.}}{27.3 \text{ сут.}} \approx 8.95 \cdot 10^4 \frac{\text{км}}{\text{сут.}} \approx 1.0 \frac{\text{км}}{\text{с}};$$

$$v_{\text{МКС}} = \frac{2\pi(R_\oplus + h)}{T_{\text{МКС}}} = \frac{2 \times 3.14 \cdot (6371 + 420) \text{ км}}{90/(60 \times 24) \text{ сут.}} \approx 6.82 \cdot 10^5 \frac{\text{км}}{\text{сут.}} \approx 7.9 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Можно заметить, что скорость МКС фактически равна первой космической скорости, так как высота орбиты над поверхностью Земли мала по сравнению с радиусом планеты.

Соответствующее время, необходимое для преодоления 1 миллиона километров, равно

$$\tau_{☾} = \frac{1.00 \cdot 10^6 \text{ км}}{8.95 \cdot 10^4 \text{ км/сут.}} \approx \textbf{11 сут.;}$$

$$\tau_{\text{МКС}} = \frac{1.00 \cdot 10^6 \text{ км}}{6.83 \cdot 10^5 \text{ км/сут.}} \approx \textbf{1.5 сут.}$$

Расчёты подтвердили, что **на МКС километры «накручиваются» быстрее.**

Альтернативное решение:
Заметим, что вычисление скоростей в явном виде не является обязательным для решения задачи. Можно оценить количество оборотов по орбите, соответствующее $s = 1$ млн километров, и рассчитать время, за которое это число оборотов будет совершено. За один оборот по орбите космонавты преодолевают расстояние $l = 2\pi r$, тогда необходимое количество оборотов составит

$$N = \frac{s}{l} = \frac{s}{2\pi r}\,.$$

С учётом известного периода обращения T по орбите получим оценку необходимого времени

$$\tau = N \cdot T = \frac{s}{2\pi r} \cdot T.$$

Итого,

$$\tau_{☾} = \frac{1.00 \cdot 10^6 \text{ км}}{2 \times 3.14 \times 0.0026 \text{ а. е.} \times 1.496 \cdot 10^8 \text{ км/а. е.}} \times 27.3 \text{ сут.} \approx \textbf{11 сут.;}$$

$$\tau_{\text{МКС}} = \frac{1.00 \cdot 10^6 \text{ км}}{2 \times 3.14 \times (6371 + 420) \text{ км}} \times 90/(60 \times 24) \text{ сут.} \approx \textbf{1.5 сут.}$$

В заключение отметим, что на самом деле цель в 1 миллион километров будет достигнута ещё быстрее, ведь и до МКС, и до Луны ещё тоже нужно было долететь.

Критерии оценивания:

1	Вычисление скорости (или количества оборотов) Луны: выражение + ответ	2 + 1
	Использование синодического месяца вместо сидерического	*−1*
	Арифметическая ошибка	*−1*
2	Вычисление скорости (или количества оборотов) МКС: выражение + ответ. *Допустимо использование первой космической скорости как известного факта, оценивается полным баллом*	2 + 1
	Перепутаны радиус и высота орбиты	*−3*
	Арифметическая ошибка	*−1*
3	Вычисление времени для космонавтов на Луне	3
	Арифметическая ошибка	*−1*
4	Вычисление времени для космонавтов на МКС	3
	Арифметическая ошибка	*−1*
5	Вывод, какие космонавты быстрее «накрутят» 1 миллион км (качественно или на основе сделанных вычислений)	3
	Всего	**15**

8.5 Загадочные дни

Ниже представлена диаграмма (рис. 11), иллюстрирующая изменение продолжительности дня в течение года в некотором городе. Белая область соответствует дневному времени, остальные — различным типам сумерек и ночи (самая тёмная область).

а) Определите минимальную и максимальную продолжительность дня в этом городе.

б) Оцените географическую широту города.

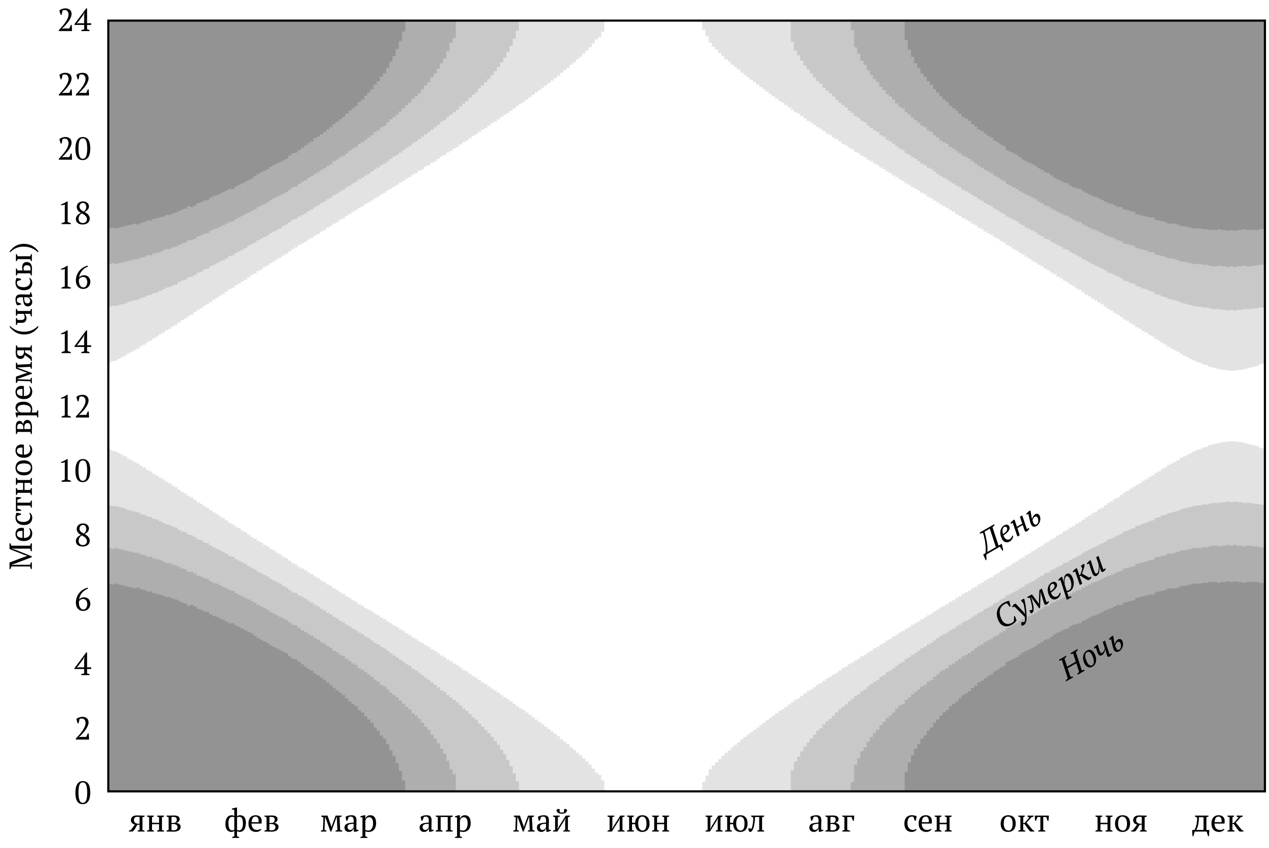

Рис. 11: Диаграмма дня и ночи

Возможное решение:

а) Для решения этой задачи воспользуемся линейкой. Пусть размер диаграммы по горизонтальной оси (оси дат) равен X см, по вертикальной оси (оси времени) — Y см. Таким образом, X см соответствуют 1 году, а Y см — 24 часам.

Минимальная продолжительность дня достигается в декабре. Измеряем y — наименьшую длину вертикального отрезка, соответствующего дневному времени (рис. 12).

Теперь, используя конкретные измеренные значения y и Y, вычисляем минимальную продолжительность дня:

$$\tau_{\min} = 24\text{ ч} \times \frac{y}{Y} \approx \mathbf{2.2\ ч.}$$

Теперь определим максимальную продолжительность дня. Как видно из диаграммы, в июне есть некоторый период, когда ни ночь, ни сумерки вообще не наступают, а Солнце круглосуточно находится выше горизонта. Такое явление называется полярным днём. Чтобы определить его продолжительность, измерим x — горизонтальную ширину «окна», соответствующего полярному дню. Используя полученные в результате измерений значения x и X, вычисляем максимальную продолжительность дня:

$$\tau_{\max} = 365\text{ сут.} \times \frac{x}{X} \approx \mathbf{31\ сут.}$$

Погрешности полученных величин зависят от цены деления линейки и масштаба изображения. При цене деления линейки в 1 мм и печати заданий на листе формата А4 погрешность определения минимальной продолжительности дня составит около ±0.25 часов, максимальной — ±2.5 суток.

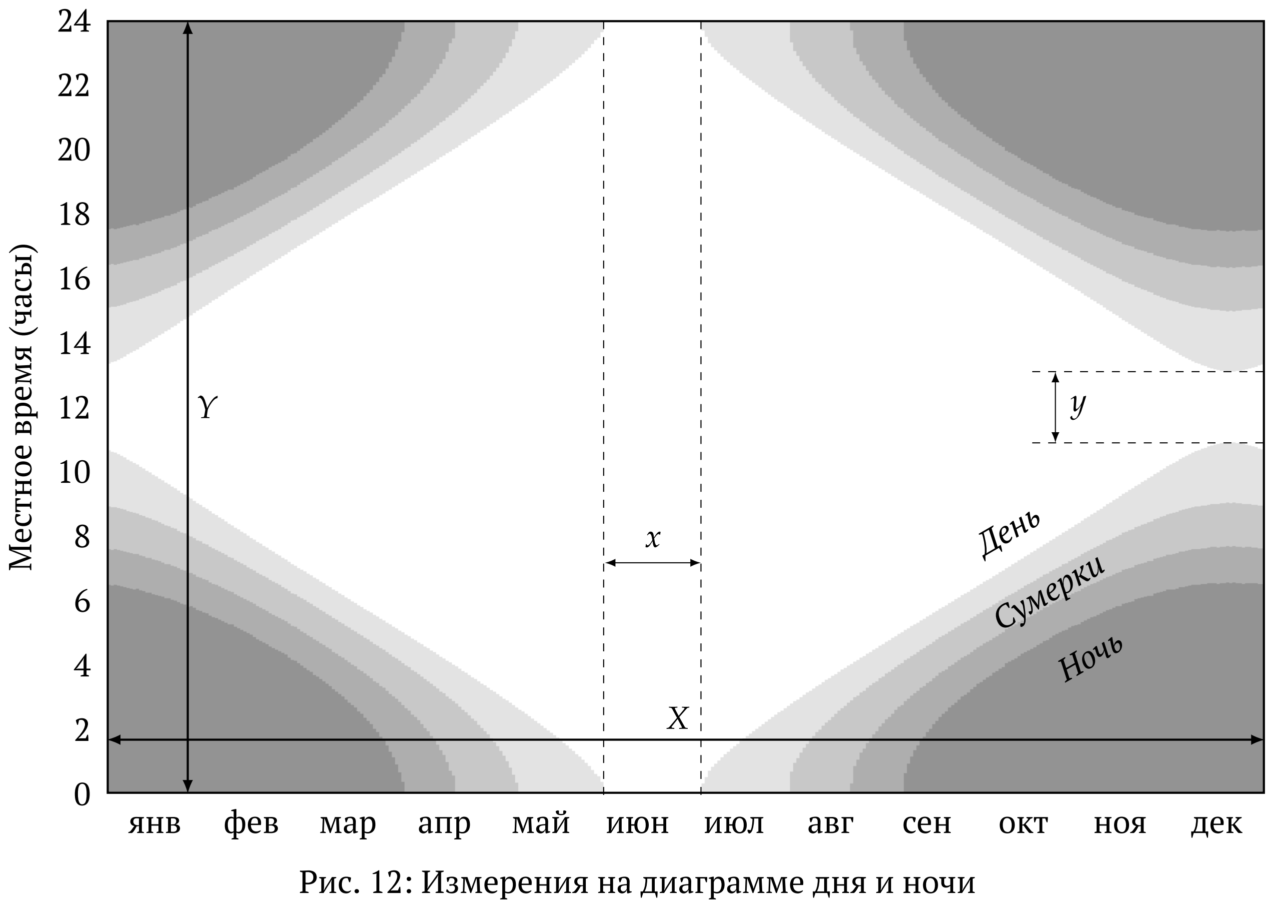

Рис. 12: Измерения на диаграмме дня и ночи

б) Теперь определим географическую широту места наблюдения. Город находится в Северном полушарии Земли: минимальная продолжительность дня достигается в декабре, а максимальная — в июне (в Южном полушарии было бы наоборот).

Обратим внимание, что в городе бывает полярный день, но не бывает полярной ночи. Это может показаться странным, ведь и эклиптика, и небесный экватор — это большие круги небесной сферы, при пересечении они делят друг друга пополам. И действительно, день и ночь (включая сумерки) в течение года были бы абсолютно симметричными, если бы Солнце было точечным источником, а у Земли не было атмосферы. Но в реальности Солнце имеет заметный угловой размер (0.5°), а атмосфере Земли происходит рефракция: путь лучей искривляется, и видимое положение светил над горизонтом оказывается выше истинного (у горизонта этот эффект составляет около 35′ — чуть больше углового размера Солнца). Оба этих фактора увеличивают продолжительность дня — промежутка времени, когда хотя бы часть диска Солнца видна над горизонтом. В частности, в дни равноденствий, вопреки названию, продолжительность дня несколько больше 12 часов.

Существование полярного дня при отсутствии полярной ночи означает, что город расположен прямо на полярном круге (если точнее, то указанное условие выполняется в полосе шириной ±0.85° к северу и к югу от полярного круга). В более близких к полюсу областях Солнце зимой опускается глубже под горизонт, и величины рассмотренных эффектов будет уже недостаточно, чтоб помешать наступлению полярной ночи.

Значит, город находится примерно на **66.5° с. ш.** Это Салехард.

Критерии оценивания:

а1	Минимальная продолжительность дня: измерения + вычисления (пропорция) + ответ (допустимая погрешность ±0.3 часа)	2+2+2
	Погрешность в пределах ±(0.3 – 0.5) *часа*	*−1*
	Погрешность выше ±0.5 *часа*	*−3*
а2	Максимальная продолжительность дня: измерения + вычисления (пропорция) + ответ (допустимая погрешность ±3 сут.)	2+2+2
	Погрешность в пределах ±(3 ÷ 5) *сут.*	*−1*
	Погрешность выше ±5 *сут.*	*−3*
	Ответ «24 часа»	2
б1	Определение полушария	2
б2	Обоснование расположения города (отсутствие полярных ночей)	3
б3	Ответ с численным значением широты	3
	Ответ «Северный полярный круг» без указания численного значения широты	*−2*
	Всего	**20**

8.6 Щели Кирквуда

В Главном поясе астероидов существуют так называемые «щели Кирквуда» — области, где астероидов практически нет. Их появление связано с воздействием гравитации Юпитера: если периоды обращения Юпитера и астероида вокруг Солнца соотносятся как небольшие целые числа (например, $5:2$, $7:3$, $2:1$), такая орбита нестабильна.

Определите аналогичное соотношение периодов для одной из самых заметных «щелей», обозначенной буквой A на рисунке 13.

Подсказка. Известно, что период обращения тела вокруг Солнца T связан с радиусом орбиты r соотношением

$$T^2 = kr^3,$$

где k — некоторая константа.

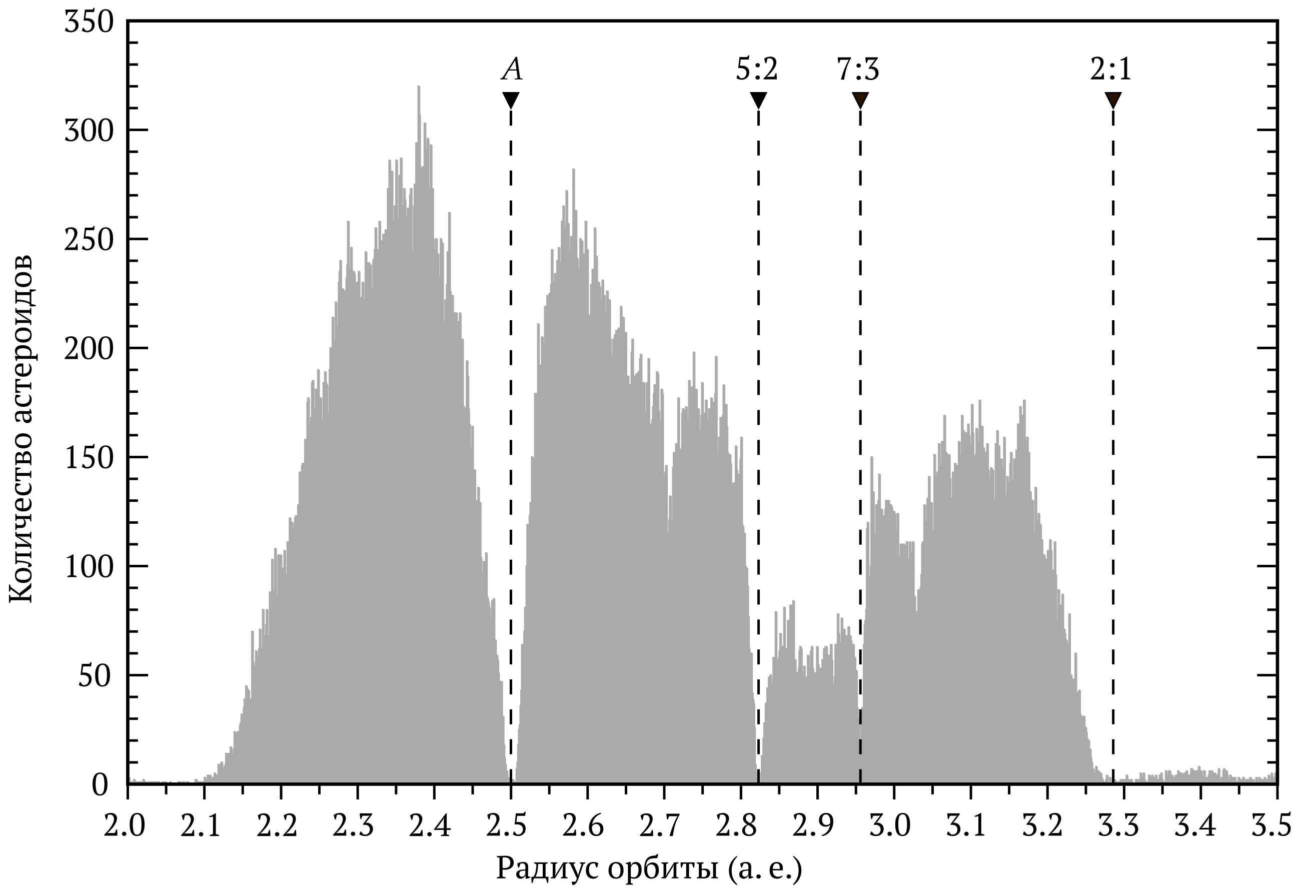

Рис. 13: Распределение астероидов Главного пояса

См. решение задачи 7.6, страница 16.

Справочные данные

Некоторые основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная	G	$= 6.674 \cdot 10^{-11}$ м$^3 \cdot$ кг$^{-1} \cdot$ с$^{-2}$
Скорость света в вакууме	c	$= 2.998 \cdot 10^8$ м/с
Масса протона	m_p	$= 1.673 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса электрона	m_e	$= 9.109 \cdot 10^{-31}$ кг
Астрономическая единица	1 а. е.	$= 1.496 \cdot 10^{11}$ м
Парсек	1 пк	$=$ 206 265 а. е. $= 3.086 \cdot 10^{16}$ м

Данные о Солнце, Земле и Луне

Светимость Солнца	$L_\odot$	$= 3.88 \cdot 10^{26}$ Вт
Видимая звёздная величина Солнца	$m_\odot$	$= -26.8^{\mathrm{m}}$
Эффективная температура Солнца	$T_{\odot,\mathrm{eff}}$	$= 5.8 \cdot 10^3$ К
Поток энергии на расстоянии Земли	$E_\odot$	$= 1.4 \cdot 10^3$ Вт/м^2
Тропический год		= 365.24219 сут.
Средняя орбитальная скорость		= 29.8 км/с
Звёздные сутки		= 23 ч 56 мин 04 с
Наклон экватора к эклиптике	ε	$= 23.44^\circ$
Сидерический месяц		= 27.32 сут.
Синодический месяц		= 29.53 сут.
Видимая звёздная величина полной Луны	$m_☾$	$= -12.7^{\mathrm{m}}$

Характеристики Солнца, планет Солнечной системы и Луны

		Радиус орбиты, а. е.	Орбитальный период	Масса, кг	Радиус, 10^3 км	Осевой период
☉	Солнце			$1.989 \cdot 10^{30}$	697	25.38 сут.
☿	Меркурий	0.3871	87.97 сут.	$3.302 \cdot 10^{23}$	2.44	58.65 сут.
♀	Венера	0.7233	224.70 сут.	$4.869 \cdot 10^{24}$	6.05	243.02 сут.
⊕	Земля	1.0000	365.26 сут.	$5.974 \cdot 10^{24}$	6.37	23.93 ч
☾	↪ Луна	0.0026	27.32 сут.	$7.348 \cdot 10^{22}$	1.74	*синхр.*
♂	Марс	1.5237	686.98 сут.	$6.419 \cdot 10^{23}$	3.40	24.62 ч
♃	Юпитер	5.2028	11.862 лет	$1.899 \cdot 10^{27}$	71.5	9.92 ч
♄	Сатурн	9.5388	29.458 лет	$5.685 \cdot 10^{26}$	60.3	10.66 ч
⛢	Уран	19.1914	84.01 лет	$8.683 \cdot 10^{25}$	25.6	17.24 ч
♆	Нептун	30.0611	164.79 лет	$1.024 \cdot 10^{26}$	24.7	16.11 ч